

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

28 Settembre 2012

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	15	
problema 2	15	
totale	30	

1. Si consideri un impianto G con $\Sigma = \{a, b\}$, $\Sigma_{uc} = \{b\}$, $L(G) = M = \overline{a^*ba^*}$ (cioe' il linguaggio ottenuto dai prefissi delle stringhe dell'espressione regolare a^*ba^*), $L_m(G) = a^*ba^*$.

- (a) Dati K e $M = \overline{M}$ linguaggi su E , si enunci la definizione di controllabilita' di K rispetto a M e a $E_{uc} \subseteq E$.

Traccia di soluzione

Definizione Siano K e $M = \overline{M}$ linguaggi sull'alfabeto di eventi E , con $E_{uc} \subseteq E$. Si dice che K e' controllabile rispetto a M e E_{uc} , se per tutte le stringhe $s \in \overline{K}$ e per tutti gli eventi $\sigma \in E_{uc}$ si ha

$$s\sigma \in M \Rightarrow s\sigma \in \overline{K}.$$

[equivalente a $\overline{K}E_{uc} \cap M \subseteq \overline{K}$]

- (b) Si supponga che la specifica (il linguaggio generato desiderato) sia $K_1 = \{a, b, ab\} \subseteq L(G)$.

Applicando il criterio di controllabilit , si verifichi se il linguaggio K_1   controllabile.

Traccia di soluzione.

K_1   controllabile.

I prefissi di parole in \overline{K}_1 sono ϵ, a, b, ab .

Si ha:

$\epsilon b \in M$ e $\epsilon b \in \overline{K}_1$;

$ab \in M$ e $ab \in \overline{K}_1$;

$bb \notin M$;

$abb \notin M$.

- (c) Si ripeta l'esercizio precedente per la specifica $K_2 = \{a, ba, ab\} \subseteq L(G)$.

Traccia di soluzione.

K_2   controllabile.

I prefissi di parole in \overline{K}_2 sono ϵ, a, b, ba, ab .

Si ha:

$\epsilon b \in M$ e $\epsilon b \in \overline{K}_2$;

$ab \in M$ e $ab \in \overline{K}_2$;

$bb \notin M$;

$bab \notin M$.

$abb \notin M$.

- (d) Si ripeta l'esercizio precedente per l'intersezione delle specifiche $K = K_1 \cap K_2$.

Traccia di soluzione.

$K = K_1 \cap K_2 = \{a, ab\}$ non e' controllabile, poiche' $\epsilon \in \overline{K}$, $\epsilon b = b \in M = L(G)$, ma $\epsilon b = b \notin \overline{K}$.

- (e) L'intersezione di due linguaggi controllabili e' controllabile ? Lo si dimostri o si mostri un controesempio.

Traccia di soluzione.

Non e' detto che l'intersezione di due linguaggi controllabili sia controllabile. La domanda precedente mostra un controesempio.

(f) Data una specifica $K \subseteq L(G)$ si definisca a parole e formalmente il sovralinguaggio controllabile infimo $K^{\downarrow C}$.

Si discuta se e' garantita l'esistenza di $K^{\downarrow C}$.

Traccia di soluzione.

Si vorrebbe definire il sovralinguaggio controllabile infimo $K^{\downarrow C}$ come l'intersezione dei sovralinguaggi controllabili di K , ma per il punto precedente non si puo' fare, perche' appunto non e' detto che l'intersezione di linguaggi controllabili sia un linguaggio controllabile.

Per avere la chiusura rispetto alla controllabilita' ci si restringe a $\mathcal{CC}_{out}(K)$, cioe' i sovralinguaggi controllabili di K chiusi rispetto al prefisso, poiche' per essi vale la chiusura rispetto all'intersezione.

Quindi il sovralinguaggio controllabile infimo $K^{\downarrow C}$ e' dato dalla intersezione (anche infinita) dei sovralinguaggi controllabili di K chiusi rispetto al prefisso:

$$K^{\downarrow C} = \bigcap_{L \in \mathcal{CC}_{out}(K)} L.$$

2. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove P sono i posti, T le transizioni, A gli archi, w la funzione di peso sugli archi, e x il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione t_i , $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione t_j .

Si consideri la rete di Petri P_{gms} definita da:

- $P = \{p_1, p_2\}$
- $T = \{t_1, t_2\}$
- $A = \{(p_1, t_2), (t_1, p_1), (t_2, p_2)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

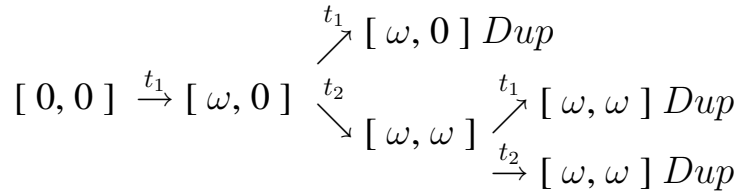
Sia $x_0 = [0, 0]$ la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri P_{gms} .

Si costruiscano il grafo di copertura e l'albero di copertura della rete di Petri P_{gms} .

Traccia di soluzione.

Albero di copertura



Il grafo di copertura differisce dall'albero di copertura perche' le transizioni a stati duplicati sono sostituite da auto-anelli, cioe' ci sono tre nodi di cui il nodo $[\omega, 0]$ ha un autoanello etichettato t_1 , e il nodo $[\omega, \omega]$ ha due autonelli etichettati rispettivamente t_1 e t_2 .

(b) Si definiscano la limitatezza di un posto in una rete di Petri e la limitatezza di una rete di Petri.

Esiste una condizione necessaria e sufficiente per verificare la limitatezza di un posto ?

La rete di Petri P_{gms} e' limitata ? Si argomenti la risposta.

Traccia di soluzione.

Un posto p e' limitato con limite k se e solo se nell'albero di copertura k e' il massimo valore nel posto p per tutti i nodi.

Un posto p e' illimitato se e solo se nell'albero di copertura compare un nodo con valore di ω nel posto p .

In definitiva, il grafo di copertura contiene l'informazione per una condizione necessaria e sufficiente per la limitatezza.

I posti p_1 e p_2 sono illimitati. La rete di Petri P_{gms} e' limitata.

- (c) Una rete marcata si dice reversibile se per ogni marcatura raggiungibile si puo' ritornare alla marcatura iniziale.

La rete di Petri P_{gms} e' reversibile ? Si argomenta la risposta.

Traccia di soluzione.

La rete di Petri P_{gms} non e' reversibile perche' non appena scatta la transizione t_1 la marcatura di p_1 diventa positiva e per ritornare al valore iniziale nullo dovrebbe scattare la transizione t_2 che farebbe diventare positiva la marcatura di p_2 che non potrebbe a sua volta ritornare al valore iniziale nullo perche' p_2 e' un pozzo di accumulo.

(d) Si definisca la sottoclasse di reti di Petri denominate macchine di stato.

La rete di Petri P_{gms} e' una macchina di stato ? Si argomenta la risposta.

Traccia di soluzione.

Una macchina di stato e' una rete di Petri ordinaria (ogni arco ha molteplicita' unitaria, cioe' i pesi sugli archi sono tutti $w = 1$) in cui ogni transizione ha esattamente un arco in ingresso e un arco in uscita.

La rete di Petri P_{gms} non e' una macchina di stato, perche' la transizione t_1 non ha archi in ingresso.