

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia A

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	16	32	8,00	0,6931	11,0904	4	64
5	22	110	4,40	1,6094	35,4076341	25	550
9	15	135	1,67	2,1972	32,9583687	81	1215
12	47	564	3,92	2,4849	116,7906	144	6768
	100	841	17,98	6,9847	196,2470		8597

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{841}{100} = 8,4100$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{18,0} = 5,5607$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{196,2470}{100} = 1,9625 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 7,1169$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{8597}{100}} = 9,2720$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{51^\circ} : \text{me} = 9$$

$$\text{moda} = 12$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 8597/100 - 8,41^2 = 15,2419$$

ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante parole, anche prive di significato, posso creare utilizzando ogni volta tutte le lettere contenute nel termine "INFORMATICA"?*

Applico la formula per le Permutazioni di 11 elementi con ripetizione (ci sono 2 I e 2 A):

$$P_{10}^{(z, z)} = \frac{11!}{2! * 2!} = \frac{39.916.800}{4} = 9.979.200$$

b) *In quanti modi diversi un negoziante può disporre 8 oggetti diversi nella sua vetrina?*

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 8 oggetti:

$$P_8 = 8! = 40.320$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,25$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,3164
1	0,4219
2	0,2109
3	0,0469
4	0,0039
	1

$$\text{Media} = np = 1$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,75$$

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.25)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.25), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(21, 44, 54, 16, 25, 16, 33, 30)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=30          H1: mu!=30
```

```
t.test(voti, mu=30, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
3	25	75	8,33	1,0986	27,4653	9	225
6	30	180	5,00	1,7918	53,7528	36	1080
7	19	133	2,71	1,9459	36,9723	49	931
11	46	506	4,18	2,3979	110,3032	121	5566
	120	894	20,23	7,2342	228,4936		7802

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{894}{120} = 7,4500$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{120}{20,2} = 5,9319$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{228,4936}{120} = 1,9041 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,7135$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{7802}{120}} = 8,0633$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{60^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{61^\circ} : me = 7$$

$$\text{moda} = 11$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 7802/120 - 7,45^2 = 9,5142$$

ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *In quante maniere possono classificarsi sul podio 10 piloti di Moto GP?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 3:

$$D_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{3.628.800}{5.040} = 720$$

b) *E se al primo posto volessimo sempre Valentino Rossi?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 9 elementi in gruppi di 2:

$$D_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{362.880}{5.040} = 72$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,5$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0625
1	0,2500
2	0,3750
3	0,2500
4	0,0625
	1

$$\text{Media} = np = 2$$
$$\text{Varianza} = npq = 1$$

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.5)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.5), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(42, 63, 58, 67, 35, 98, 45, 55)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=58                    H1: mu!=58
```

```
t.test(voti, mu=58, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia C

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
12	26	312	2,17	2,4849	64,6076	144	3744
14	11	154	0,79	2,6391	29,0296	196	2156
18	23	414	1,28	2,8904	66,4786	324	7452
21	20	420	0,95	3,0445	60,8904	441	8820
	80	1300	5,18	11,0589	221,0062		22172

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1300}{80} = 16,2500$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{80}{5,2} = 15,4364$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{221,0062}{80} = 2,7626 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 15,8406$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{22172}{80}} = 16,6478$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{40^\circ} = \text{mediana} = X_{41^\circ} : me = 18$$

$$\text{moda} = 12$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 22172/80 - 16,25^2 = 13,0875$$

ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) Quanti numeri di 5 cifre posso creare anche usando più volte ogni cifra? (Valgono anche i casi con lo zero davanti, ad es. 00001, 01234, ecc.)

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 5 con ripetizione:

$$D'_{10,3} = 10^5 = 100.000$$

b) In quanti modi diversi 8 amici possono viaggiare su un'auto con 4 posti? (A prescindere dall'ordine in cui si siedono)

Si tratta di un caso di Combinazione semplice di 8 elementi presi in gruppi di 4:

$$C_{8,4} = \binom{8}{4} = 70$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,23$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,3515
1	0,4200
2	0,1882
3	0,0375
4	0,0028
	1

$$\text{Media} = np = 0,92$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,7084$$

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.23)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.23), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(51, 63, 80, 43, 55, 88, 60, 40)
```

```
# EFFETTUA IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=40          H1: mu!=40
```

```
t.test(voti, mu=40, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 16/06/2017

Traccia D

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
5	47	235	9,40	1,6094	75,6436	25	1175
6	21	126	3,50	1,7918	37,6269	36	756
9	22	198	2,44	2,1972	48,3389	81	1782
10	20	200	2,00	2,3026	46,0517	100	2000
	110	759	17,34	7,9010	207,6612		5713

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{759}{110} = 6,9000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{110}{17,3} = 6,3421$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{207,6612}{110} = 1,8878 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 6,6050$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{5713}{110}} = 7,2067$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{55^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{56^\circ} : \text{me} = 6$$

$$\text{moda} = 5$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 5713/110 - 6,9^2 = 4,3264$$

ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante parole, anche prive di significato, posso creare usando tutte le lettere contenute nella parola "MOUSE"?*

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 5 elementi:

$$P_5 = 5! = 120$$

b) *E quante parole di 3 caratteri, anche ripetuti, posso creare usando solo le lettere contenute nella parola "MOUSE"?*

Si tratta di un caso di Disposizione con ripetizione di 5 elementi presi in gruppi di 3:

$$D'_{5,3} = 5^3 = 125$$

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,12$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,5997
1	0,3271
2	0,0669
3	0,0061
4	0,0002
	1

$$\text{Media} = np = 0,48$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,4224$$

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.12)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.12), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

ESERCIZIO 5 - LAB

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
dati=c(12, 11, 21, 15, 24, 15, 11, 10)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=15                    H1: mu!=15
```

```
t.test(voti, mu=15, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```