# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Tiziano Villa

13 Ottobre 2017

Nome e Cognome:
Matricola:
Posta elettronica:

| problema | punti massimi | i tuoi punti |
|---|---|---|
| problema 1 | 11 | |
| problema 2 | 19 | |
| totale | 30 | |

1. Si consideri un segnale della forma $e : \mathcal{R} \longrightarrow \{assente\} \cup X$, dove $X$ e' un insieme qualsiasi di valori.

   Se $T \subseteq \mathcal{R}$ e' l'insieme dei tempi in cui $e$ e' presente, cioe' $T = \{t \in \mathcal{R} : e(t) \neq assente\}$, il segnale $e$ e' discreto se esiste una funzione iniettiva $f : T \longrightarrow \mathcal{N}$ che preserva l'ordine, cioe' $\forall t_1, t_2 \in T$ se $t_1 \leq t_2$ allora $f(t_1) \leq f(t_2)$. L'esistenza di tale funzione iniettiva garantisce che possiamo contare gli eventi secondo un ordine temporale.

   Un segnale si dice puro se ad ogni istante di tempo e' *assente* (non c'e' nessun evento in quell'istante) o *presente* (c'e' un evento in quell'istante), cioe' non specifica un valore, ma solo l'informazione di essere presente o assente in un certo istante di tempo.

   (a) Si consideri il segnale puro $x : \mathcal{R} \longrightarrow \{presente, assente\}$ dato da

   $$\forall t \in \mathcal{R}, x(t) = \begin{cases} \textit{presente} & \text{se } t \text{ e' un numero razionale non-negativo} \\ \textit{assente} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   Questo segnale e' discreto ?

   Risposta.

   No. I tempi in cui e' presente non possono essere contati in ordine (essi non sono una successione di eventi istantanei nel tempo, bensi' un insieme di eventi istantanei nel tempo).

   (b) Si consideri il segnale puro $x : \mathcal{R} \longrightarrow \{presente, assente\}$ dato da

   $$\forall t \in \mathcal{R}, x(t) = \begin{cases} \textit{presente} & \text{se } t \text{ e' un intero non-negativo} \\ \textit{assente} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   Questo segnale e' discreto ?

   Risposta.

   Si. Dobbiamo costruire una funzione $f : T \longrightarrow \mathcal{N}$ iniettiva e che preserva l'ordine. Poiche' in questo caso l'insieme dei tempi in cui il segnale $x$ e' presente e' $T = \mathcal{N}$, basta prendere come $f$ la funzione identita' che e' iniettiva e preserva banalmente l'ordine.

   (c) Si consideri il segnale puro $y : \mathcal{R} \longrightarrow \{presente, assente\}$ dato da

   $$\forall t \in \mathcal{R}, y(t) = \begin{cases} \textit{presente} & \text{se } t = 1 - 1/n \text{ per ogni intero positivo } n \\ \textit{assente} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Questo segnale e' discreto ?

Risposta.

Si. Dobbiamo costruire una funzione $f : T \longrightarrow \mathcal{N}$ iniettiva e che preserva l'ordine. Poiche' in questo caso l'insieme dei tempi in cui il segnale $y$ e' presente e' $T = \{1-1/1, 1-1/2, 1-1/3, \dots, 1-1/n, \dots\} = \{0, 1/2, 2/3, \dots\}$ possiamo definire $f$ come

$$\forall t \in T : f(t) = n, \text{dove } t = 1 - 1/n$$

che e' iniettiva e preserva l'ordine.

2. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla: $\{P, T, A, w, x\}$, dove $P$ sono i posti, $T$ le transizioni, $A$ gli archi, $w$ la funzione di peso sugli archi, e $x$ il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto). $I(t_i)$ indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione $t_i$, $O(t_j)$ indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione $t_j$.

   Traccia di soluzione.

   Si vedano gli allegati.

   L'esercizio dimostra come piccoli cambiamenti nella descrizione della rete di Petri possano modificare notevolmente il grafo di raggiungibilita' (si dice che le reti di Petri non hanno la proprieta' della confluenza).

   In particolare, questo e' evidente confrontando il primo e terzo caso dove l'aggiunta di un arco trasforma da finito a infinito il grafo di raggiungibilita'.

   Si noti che quando il grafo di copertura e' diverso dal grafo di raggiungibilita' (cioe'. quando quest'ultimo e' infinito), per costruire il grafo di copertura conviene costruire prima l'albero di copertura e poi trasformarlo nel grafo di copertura (eliminando i nodi duplicati e facendo puntare gli archi entranti nei nodi duplicati ai nodi di cui essi erano una duplicazione).

   (a) Si consideri la rete di Petri $P_{confl1}$ definita da:
      - $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
      - $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
      - $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (t_1, p_2), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_3)\}$
      - $\forall i, j \; w(p_i, t_j) = 1$
      - $\forall i, j \; w(t_i, p_j) = 1$

      Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0]$ la marcatura iniziale.

      i. Si disegni il grafo della rete di Petri $P_{confl1}$.

ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilita' e il grafo di copertura della rete di Petri $P_{confl1}$.

(b) Si consideri la rete di Petri $P_{confl2}$ definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_5), (t_1, p_2), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_5), (t_5, p_3)\}$
- $\forall i, j \; w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \; w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

i. Si disegni il grafo della rete di Petri $P_{confl2}$.

ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilita' e il grafo di copertura della rete di Petri $P_{confl2}$.

(c) Si consideri la rete di Petri $P_{confl3}$ definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (t_1, p_2), (t_1, p_4), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_3)\}$
- $\forall i, j \; w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \; w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0]$ la marcatura iniziale.

i. Si disegni il grafo della rete di Petri $P_{confl3}$.

ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilita’ e il grafo di copertura della rete di Petri $P_{confl3}$.

(d) Si consideri la rete di Petri $P_{confl4}$ definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_3), (p_6, t_2), (t_1, p_2), (t_1, p_5), (t_2, p_1), (t_3, p_4), (t_4, p_3), (t_4, p_6)\}$
- $\forall i, j \; w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \; w(t_i, p_j) = 1$

Sia $x_0 = [1, 0, 1, 0, 0, 0]$ la marcatura iniziale.

i. Si disegni il grafo della rete di Petri $P_{confl4}$.

ii. Si disegnino il grafo di raggiungibilita' e il grafo di copertura della rete di Petri $P_{confl4}$.