

# Software per Sistemi Embedded

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche - Tiziano Villa

16 Dicembre 2015

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	10	
problema 2	10	
totale	30	

1. Si consideri la seguente affermazione:

**Corollario** Data una funzione  $ff = (f, d, r)$ , sia  $\mathcal{F}$  una copertura di  $f$ ,  $\mathcal{D}$  una copertura di  $d$  e  $\alpha$  un implicante primo di  $ff$ .

Allora  $\alpha$  e' un primo essenziale se e solo se  $\mathcal{H} \cup \mathcal{D}$  non copre  $\alpha$ , dove

$$\mathcal{H} = \text{CONSENSO}((\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha, \alpha),$$

e l'operazione  $\#$  tra due cubi  $\alpha = a_1 a_2 \dots a_n$  e  $\beta = b_1 b_2 \dots b_n$  ( $a_i$  e  $b_i, i = 1, \dots, n$  sono i letterali in notazione posizionale) e' definita come segue:

$$\alpha \# \beta = \begin{cases} a_1 \cdot b'_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 \cdot b'_2 & \dots & a_n \\ \dots & & & \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \cdot b'_n \end{cases}$$

Si noti che invece di  $\#$  si puo' usare l'operazione  $\tilde{\#}$  definita come:

$$\alpha \tilde{\#} \beta = \begin{cases} a_1 \cdot b'_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 \cdot b_1 & a_2 \cdot b'_2 & \dots & a_n \\ \dots & & & \\ a_1 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 & \dots & a_n \cdot b'_n \end{cases}$$

L'operazione CONSENSO tra due cubi  $\alpha$  e  $\beta$  e' definita come segue:

$$\text{CONSENSO}(\alpha, \beta) = \begin{cases} a_1 + b_1 & a_2 \cdot b_2 & \dots & a_n \cdot b_n \\ a_1 \cdot b_1 & a_2 + b_2 & \dots & a_n \cdot b_n \\ \dots & & & \\ a_1 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 & \dots & a_n + b_n \end{cases}$$

Nota:

- e' vuoto quando distanza  $\geq 2$ ;
- contiene un solo cubo quando distanza = 1;
- contiene  $n$  cubi quando distanza = 0.

- (a) Si definisca la nozione d'implicante primo essenziale.
- (b) Sfruttando il corollario precedente e' possibile ridurre la prova di essenzialita' a una verifica di contenimento. A quale operazione puo' a sua volta ridursi la verifica di contenimento ? Per quale motivo tale riduzione e' conveniente ?
- (c) Si calcolino tutti gl'implicanti primi della funzione  $f = a'b'c' + a'b'c + ab'c + abc + abc'$ .
- Quali primi sono essenziali ?
- (d) Applicando il corollario precedente, si determini se l'implicante primo  $a'b'$  e' essenziale. Si mostrino i calcoli in dettaglio.

Traccia di soluzione.

Il cubo  $a'b'$  in notazione posizionale si scrive come  $a_1a_2a_3 = 10\ 10\ 11$ , etc.

In base al corollario dobbiamo calcolare se  $\mathcal{H} \cup \mathcal{D}$  copre  $\alpha$ .

Si consideri la copertura iniziale  $\mathcal{F}$  ( $\mathcal{D} = \emptyset$ ) e  $\alpha = 10\ 10\ 11$ :

$a'b'c'$	10	10	10
$a'b'c$	10	10	01
$ab'c$	01	10	01
$abc$	01	01	01
$abc'$	01	01	10

$(\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha$  si ottiene come unione dei cubi generati applicando l'operazione  $\#$  tra i singoli cubi di  $(\mathcal{F} \cup \mathcal{D})$  e il cubo  $\alpha$ .

$10\ 10\ 10 \# 10\ 10\ 11$ :

00	10	10
10	00	10
10	10	00

(si tratta di cubi vuoti come ci aspetta dalla definizione dell'operatore  $\#$  che sottrae i punti del secondo cubo da quelli del primo cubo).

$10\ 10\ 01 \# 10\ 10\ 11$ :

00	10	01
10	00	01
10	10	00

(si tratta di cubi vuoti come ci aspetta dalla definizione dell'operatore  $\#$  che sottrae i punti del secondo cubo da quelli del primo cubo).

01 10 01  $\#$  10 10 11:

01 10 01  
01 00 01  
01 10 00

(genera il cubo  $ab'c$ ).

01 01 01  $\#$  10 10 11:

01 01 01  
01 01 01  
01 01 00

(genera il cubo minuendo  $abc$ ).

01 01 10  $\#$  10 10 11:

01 01 10  
01 01 10  
10 10 00

(genera il cubo minuendo  $abc'$ ).

In conclusione,  $(\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha$ :

01 10 01  
01 01 01  
01 01 10

$\mathcal{H} = \text{CONSENSO}((\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha, \alpha)$  si ottiene come unione dei cubi generati applicando l'operazione di consenso tra i singoli cubi di  $(\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha$  e il cubo  $\alpha$ .

$\text{CONSENSO}(01\ 10\ 01, 10\ 10\ 11)$ :

11 10 01  
00 10 01  
00 10 11

(genera il cubo ponte  $b'c$ ).

$\text{CONSENSO}(01\ 01\ 01, 10\ 10\ 11)$ :

11 00 01  
00 11 01  
00 00 11

(non genera alcun cubo ponte).

$\text{CONSENSO}(01\ 01\ 10, 10\ 10\ 11)$ :

11 00 10  
00 11 10  
00 00 11

(non genera alcun cubo ponte).

In conclusione,  $\mathcal{H} = \text{CONSENSO}((\mathcal{F} \cup \mathcal{D}) \# \alpha, \alpha)$ :

11 10 01

che è il cubo  $b'c$ .

$\mathcal{H} \cup \mathcal{D}$  copre  $\alpha$  ?

Sappiamo che  $\alpha \subseteq \mathcal{H} \cup \mathcal{D}$  se e solo se  $(\mathcal{H} \cup \mathcal{D})_\alpha = 1$ .

$(\mathcal{H} \cup \mathcal{D})_\alpha = (11\ 10\ 01)_{(10\ 10\ 11)} = 11\ 11\ 01$ , che è il cubo  $c$  e perciò non è la tautologia (cioè non è l'universo che sarebbe il cubo  $11\ 11\ 11$ ).

Perciò  $\alpha$  non è contenuto in  $\mathcal{H} \cup \mathcal{D}$  e quindi  $\alpha$  è essenziale.

2. Si consideri un sistema embedded realizzato su una piattaforma composta da un microprocessore, un bus, una memoria e alcuni dispositivi hw di ingresso e uscita. Il sistema deve controllare il funzionamento di un apparato meccanico. Si discuta quali soluzioni potrebbero essere applicate al sistema per renderlo sicuro a prova di guasti (fail safe) e per renderlo tollerante ai guasti (fault tolerant).

.